Известия АН Арм.ССР, Науки о Земле, XXXVI, № 6, 86—88, 1983

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК: 528.14

А. Г. АФРИКЯН

СПОСОБ ИТЕРАЦИИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОДНОКРАТНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАСЕЧКИ

При вычислении координат пункта, определенного обратной однократной засечкой, используют формулы, данные в [3], которые требуют больших затрат времени при вычислительных работах

$$x_0 - x_3 = \frac{(x_1 - x_3)\, tg\alpha_1 - (y_1 - y_3)}{tg\alpha_1 - tg\alpha_3} \tag{1}$$

$$y_0 - y_3 = (x_0 - x_3)\, tg\alpha_3, \tag{2}$$

где

$$tg\alpha_1 = \frac{(y_2 - y_1)\, ctg\beta_1 + (y_1 - y_3)\, ctg\beta_2 + (x_3 - x_2)}{(x_2 - x_1)\, ctg\beta_1 + (x_1 - x_3)\, ctg\beta_2 - (y_3 - y_2)}. \tag{3}$$

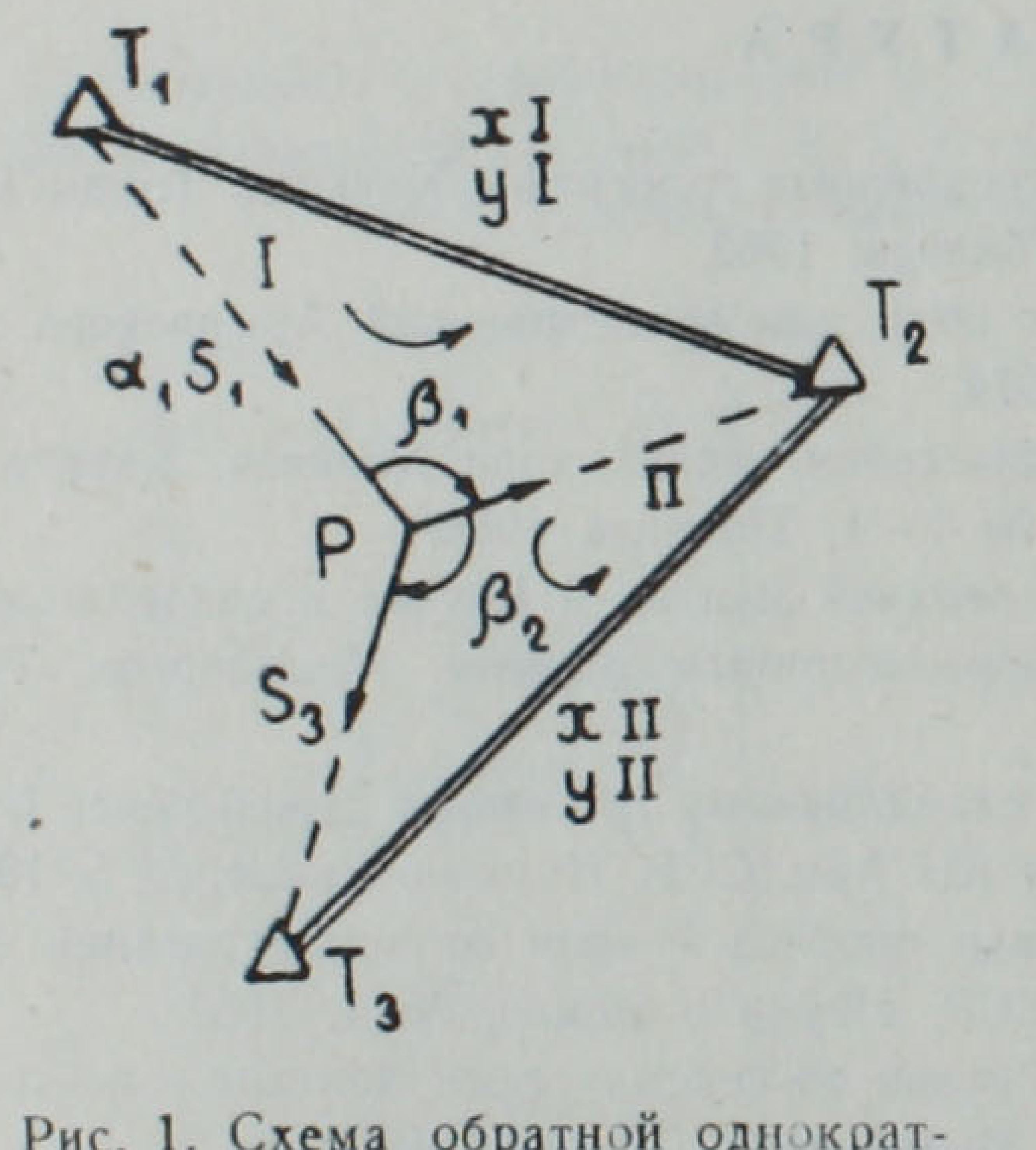

Рис. 1. Схема обратной однократной засчеки.

В данной же работе показана возможность значительного сокращения объема вычислительных работ решаемой задачи с применением способа итерации Ньютона и ЭВМ.

Пусть нам даны координаты пунктов $T_1(x_1\ y_1)$; $T_2(x_2\ y_2)$; $T_3(x_3\ y_3)$. На пункте P, координаты которого мы должны определить, измерены углы β_1, β_2.

Согласно теории метода итераций перед вычислениями составляется схема засечки по способу Болотова, например, в масштабе 1 : 500000, с которой графически определяют приближенное значение длин сторон $S_1^{(0)}$, $S_2^{(0)}$, $S_3^{(0)}$, также приближенное значение дирекционного угла исходной стороны α_1. Рассматривая полученные треугольники как полигоны и указав направление для всех линейных элементов, выбрав направления обходов в полигонах I и II, составляют для них условные уравнения координат (4).

$$\begin{aligned} \cos\alpha_1 v_{s_1} + \cos\alpha_2 v_{s_2} - 1/g\Delta y_1 v_{\alpha_1} - 1/g\Delta y_2 v_{\alpha_2} + w_{x_1} &= 0 \\ \sin\alpha_1 v_{s_1} + \sin\alpha_2 v_{s_2} + 1/g\Delta x_1 v_{\alpha_1} + 1/g\Delta x_2 v_{\alpha_2} + w_{y_1} &= 0 \\ -\cos\alpha_2 v_{s_2} + \cos\alpha_3 v_{s_3} + 1/g\Delta y_2 v_{\alpha_2} - 1/g\Delta y_3 v_{\alpha_3} + w_{x_2} &= 0 \\ -\sin\alpha_2 v_{s_2} + \sin\alpha_3 v_{s_3} - 1/g\Delta x_2 v_{\alpha_2} + 1/g\Delta x_3 v_{\alpha_3} + w_{y_2} &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Учитывая, что

$$\Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_{\rm I} = 0, \tag{5}$$

можно определить

$$\Delta y_{\rm I} = -(\Delta y_1 + \Delta y_2), \tag{6}$$

где $\Delta y_{\rm I}$ — приращение координат между двумя соседними твердыми пунктами.

Аналогично:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_{\rm I} = 0 \tag{7}$$

$$-\Delta x_{\rm I} = \Delta x_1 + \Delta x_2. \tag{8}$$

В матричной форме условные уравнения имеют следующий вид:

$$A \Delta x + b = 0, \tag{9}$$

где

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 & \cos\alpha_2 & 0 & 1/g\Delta y_{\rm I} \\ \sin\alpha_1 & \sin\alpha_2 & 0 & -1/g\Delta x_{\rm I} \\ 0 & -\cos\alpha_2 & \cos\alpha_3 & 1/g\Delta y_{\rm II} \\ 0 & -\sin\alpha_2 & \sin\alpha_3 & -1/g\Delta x_{\rm II} \end{pmatrix} \tag{10}$$

$$b = \begin{pmatrix} w_{x_1} \\ w_{y_1} \\ w_{x_2} \\ w_{y_2} \end{pmatrix} \tag{11}$$

$$\Delta x = \begin{pmatrix} v_{s_1} \\ v_{s_2} \\ v_{s_3} \\ v_{s_1} \end{pmatrix}. \tag{12}$$

Решить уравнение (9) можно, используя простой и модифицированный способы Ньютона, т. е. определить векторы поправок из соотношений:

$$\Delta x^{(p+1)} = -(A^{(p)})^{-1} \cdot b^{(p)} \tag{13}$$

$$\Delta x^{(p+1)} = -(A^{(0)})^{-1} \cdot b^{(p)}. \tag{14}$$

В простом способе Ньютона (13) для вычисления вектора поправок в каждой итерации применяется значение как матрицы А, так и вектора невязок. Однако на практике точное значение матрицы частных производных знать необязательно, поэтому существующая модификация метода Ньютона (14) предусматривает вычисление этой матрицы на первом шаге итерационного процесса, а в дальнейших итерациях можно ее не изменять. Число производимых итераций зависит от требуемой точности вычислений. После определения вектора поправок уточняются приближенные значения

$$S_i^{(0)} + v_{s_i}^{(p)} = S_i^{(p)} \tag{15}$$

$$\alpha_1^{(0)} + v_{\alpha_1}^{(p)} = \alpha_1^{(p)}. \tag{16}$$

Для решения этой задачи по простому и модифицированному способу Ньютона составлены прилагаемые к работе программы на «Наири-К». В качестве примера было рассмотрено определение координат пункта, полученного обратной однократной засечкой, используя данные примера № 2 на стр. 246 «Практикума по геодезии» В. Г. Селиханович и др. [3].

Результаты вычислений приведены в таблице.

№ итер.	α_1 ° ′ ″	S_1 м	S_2 м	S_3 м	x_p м	y_p м
I	324°	3000	1650	2000	11197,184	5026,987
II	323 57 19,9	3133,813	1734,958	1739,468	11116,357	5094,999
III	323 57 20,0	3133,817	1734,936	1739,490	11116,348	5095,007
					11116,347	5095,007

Для сравнения в последней строке таблицы приведены координаты x_p, y_p, взятые из учебника «Практикум по геодезии» при решении данного примера.

Ереванский политехнический институт

Поступила 13. V. 1983.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Голубев В. В., Лаврентьев М. А.* Программирование на ЭВМ «Наири-К». ч. II, Москва, МИИГАиК,1975.
2. *Демидович Марон Б. П.* Основы вычислительной математики. Наука, 1970.
3. *Селиханович В. Г.* Практикум по геодезии. Недра, М., 1978.